

© International Baccalaureate Organization 2022

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2022

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2022

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau moyen

Épreuve 2

Lundi 9 mai 2022 (matin)

1 heure 30 minutes

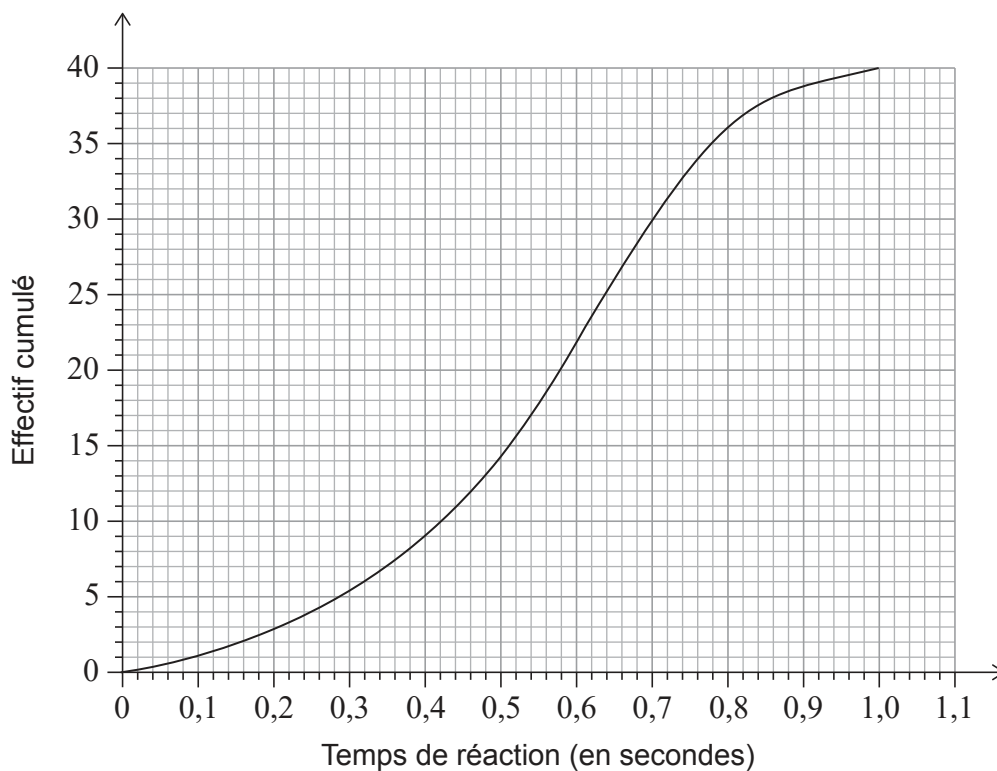
Instructions destinées aux candidats

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[80 points]**.

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 17]

Mackenzie a mené une expérience sur les temps de réaction des adolescents. Les résultats de l'expérience sont présentés dans la courbe des effectifs cumulés suivante.



- (a) Utilisez la courbe pour estimer
 - (i) le temps de réaction médian ;
 - (ii) l'écart interquartile des temps de réaction. [4]
- (b) Trouvez le nombre estimé d'adolescents qui ont un temps de réaction supérieur à 0,4 seconde. [2]
- (c) Déterminez le 90^e centile des temps de réaction à partir de la courbe des effectifs cumulés. [2]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

Mackenzie a créé la courbe des effectifs cumulés à l'aide du tableau des effectifs groupés suivant.

Temps de réaction, t (s)	Effectif
$0 < t \leq 0,2$	3
$0,2 < t \leq 0,4$	a
$0,4 < t \leq 0,6$	13
$0,6 < t \leq 0,8$	14
$0,8 < t \leq 1,0$	b

- (d) Écrivez la valeur de
- (i) a ;
 - (ii) b . [2]
- (e) Écrivez l'intervalle modal à partir du tableau. [1]
- (f) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour trouver une estimation du temps de réaction moyen. [2]

À la fin de l'expérience, Mackenzie s'est rendu compte que certaines valeurs étaient mal regroupées dans le tableau des effectifs. Certains temps de réaction enregistrés dans l'intervalle $0 < t \leq 0,2$ auraient dû être enregistrés dans l'intervalle $0,2 < t \leq 0,4$.

- (g) Suggérez comment, le cas échéant, le temps de réaction moyen estimé et le temps de réaction médian estimé changeront si les erreurs sont corrigées. Justifiez votre réponse. [4]

2. [Note maximale : 13]

Scott achète de la nourriture pour son chien dans de grands sacs et lui donne la même quantité de nourriture chaque jour. La quantité de nourriture pour chien restant dans le sac à la fin de chaque jour peut être modélisée par une suite arithmétique.

Un jour particulier, Scott a ouvert un nouveau sac de nourriture pour chien et a nourri son chien. À la fin du troisième jour, il restait 115,5 tasses de nourriture pour chien dans le sac et à la fin du huitième jour, il en restait 108 tasses dans le sac.

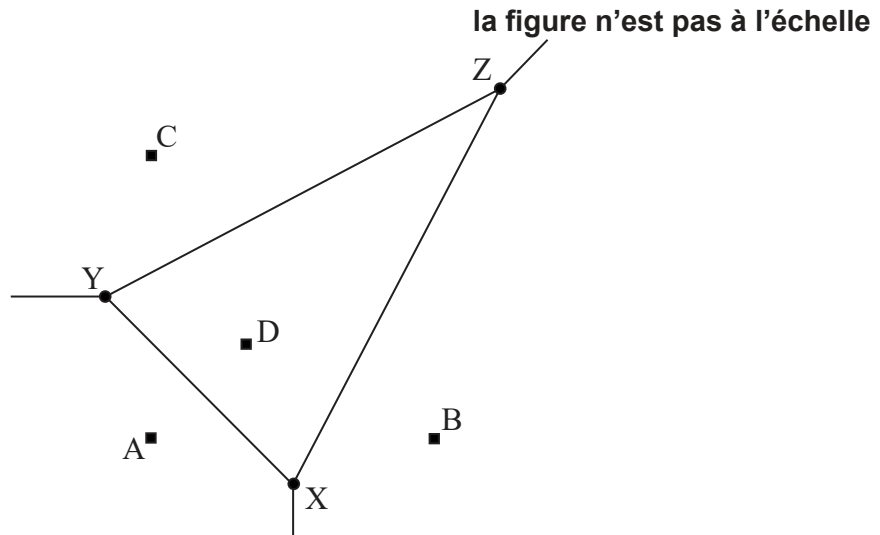
- (a) Trouvez le nombre de tasses de nourriture pour chien
- (i) donné chaque jour au chien ;
 - (ii) restant dans le sac à la fin du premier jour. [4]
- (b) Calculez le nombre de jours pendant lesquels Scott peut nourrir son chien avec un sac de nourriture. [2]

En 2021, Scott a dépensé 625 \$ en nourriture pour chien. Scott s'attend à ce que le montant qu'il dépense en nourriture pour chien augmente à un taux annuel de 6,4%.

- (c) Déterminez le montant que Scott s'attend à dépenser en nourriture pour chien en 2025. Arrondissez votre réponse au dollar près. [3]
- (d) (i) Calculez la valeur de $\sum_{n=1}^{10} (625 \times 1,064^{(n-1)})$.
- (ii) Décrivez ce que la valeur de la partie (d)(i) représente dans ce contexte. [3]
- (e) Commentez la pertinence de modéliser ce scénario avec une suite géométrique. [1]

3. [Note maximale : 18]

Le diagramme de Voronoï ci-dessous montre quatre supermarchés représentés par des points dont les coordonnées sont $A(0 ; 0)$, $B(6 ; 0)$, $C(0 ; 6)$ et $D(2 ; 2)$. Les sommets X , Y , Z sont également représentés. Toutes les distances sont mesurées en kilomètres.



(a) Trouvez le milieu de $[BD]$. [2]

(b) Trouvez l'équation de (XZ) . [4]

L'équation de (XY) est $y = 2 - x$ et l'équation de (YZ) est $y = 0,5x + 3,5$.

(c) Trouvez les coordonnées de X . [3]

Les coordonnées de Y sont $(-1 ; 3)$ et les coordonnées de Z sont $(7 ; 7)$.

(d) Déterminez la longueur exacte de $[YZ]$. [2]

(e) Sachant que la longueur exacte de $[XY]$ est $\sqrt{32}$, trouvez la mesure de l'angle $X\hat{Y}Z$ en degrés. [4]

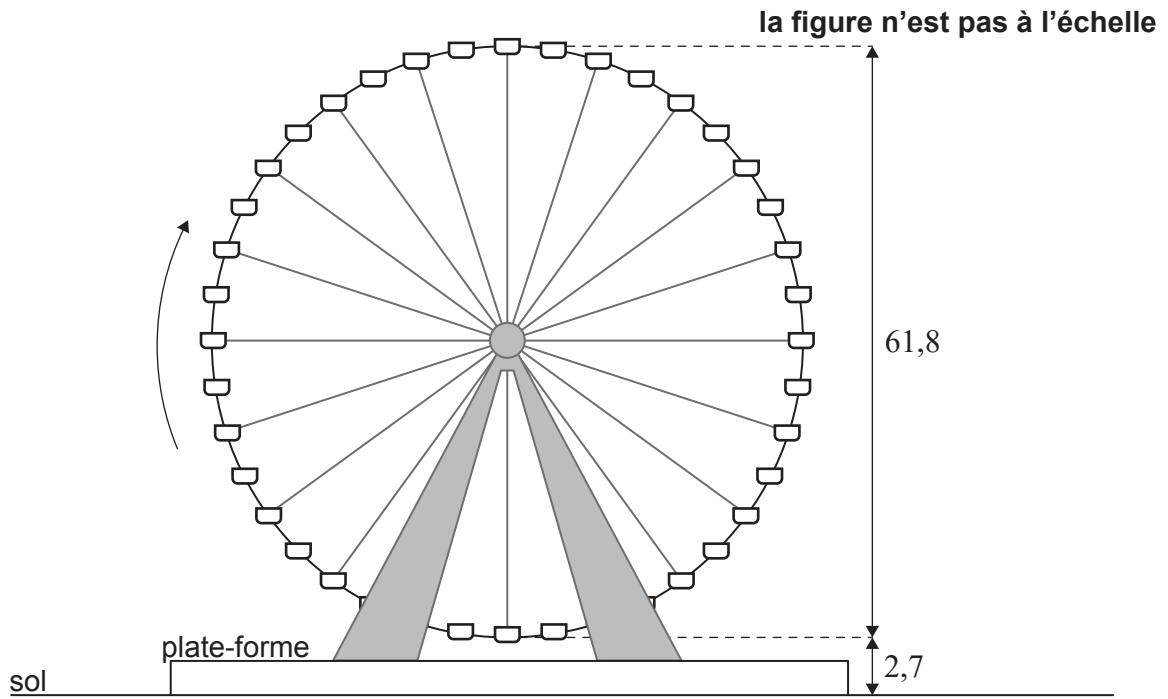
(f) À partir de là, trouvez l'aire du triangle XYZ . [2]

Un urbaniste croit que plus l'aire de la cellule de Voronoï XYZ est grande, plus les gens feront leurs courses au supermarché D .

(g) Indiquez une critique de cette interprétation. [1]

4. [Note maximale : 17]

Le Texas Star est une grande roue à la foire de l'État de Dallas. La grande roue a un diamètre de 61,8 m. Pour commencer le trajet, un passager s'assoit sur une chaise au point le plus bas de la roue, à 2,7 m au-dessus du sol, comme le montre le diagramme suivant. Un trajet se compose de plusieurs tours et la grande roue fait 1,5 tour par minute.



La hauteur d'une chaise au-dessus du sol, h , mesurée en mètres, lors d'un tour sur la grande roue peut être modélisée par la fonction $h(t) = -a \cos(bt) + d$, où t est le temps, en secondes, depuis qu'un passager a commencé son trajet.

(a) Calculez la valeur de

(i) a ;

(ii) b ;

(iii) d .

[6]

Un tour sur la grande roue dure au total 12 minutes.

(b) Calculez le nombre de tours de la grande roue par trajet.

[2]

(c) Pour exactement un trajet sur la grande roue, suggérez

(i) un domaine approprié pour $h(t)$;

(ii) une image appropriée pour $h(t)$.

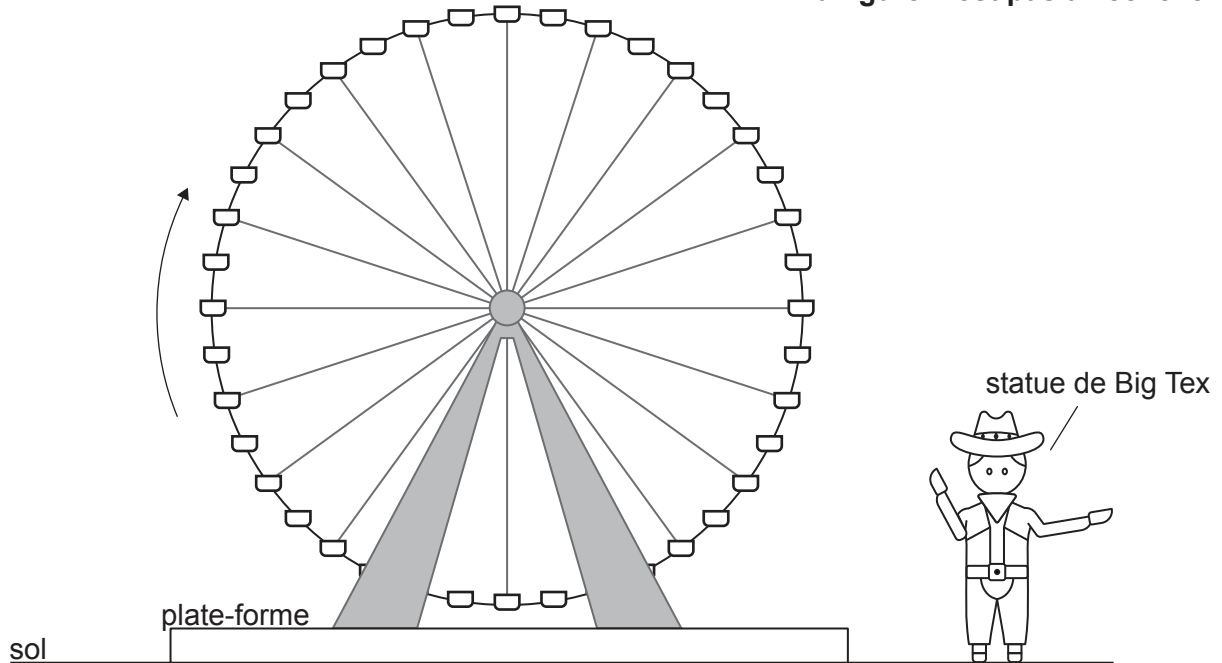
[3]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 4)

Big Tex est une statue de cow-boy de 16,7 mètres de haut qui se dresse sur le sol horizontal à côté de la grande roue.

la figure n'est pas à l'échelle



- (d) En considérant la représentation graphique de $h(t)$, déterminez la durée, au cours d'un tour de la grande roue, pendant laquelle la chaise est plus haute que la statue de cow-boy. [3]

Il est prévu de déplacer la grande roue Texas Star sur une plate-forme plus haute qui augmentera la hauteur maximale de la grande roue pour atteindre 65,2 m. Cela changera la valeur d'un paramètre, a , b ou d , trouvé dans la partie (a).

- (e) (i) Identifiez quel paramètre changera. [3]
(ii) Trouvez la nouvelle valeur du paramètre identifié dans la partie (e)(i).

Tournez la page

5. [Note maximale : 15]

Un bar prépare x litres de café chaque matin. Le profit du bar chaque matin, C , mesuré en dollars, est modélisé par l'équation suivante :

$$C = \frac{x}{10} \left(k^2 - \frac{3}{100} x^2 \right),$$

où k est une constante positive.

(a) Trouvez une expression pour $\frac{dC}{dx}$ en fonction de k et de x . [3]

(b) À partir de là, trouvez la valeur maximale de C en fonction de k . Donnez votre réponse sous la forme pk^3 , où p est une constante. [4]

Le gérant du bar sait que le bar fait un profit de 426 \$ lorsque 20 litres de café sont préparés le matin.

(c) (i) Trouvez la valeur de k .
 (ii) Utilisez le modèle pour trouver la quantité de café que le bar doit préparer chaque matin pour maximiser son profit. [3]

(d) Esquissez la représentation graphique de C en fonction de x , en indiquant les coordonnées du maximum et des points d'intersection avec l'axe des abscisses. [3]

Le gérant du bar souhaite servir le plus de clients possible.

(e) Déterminez la quantité maximale de café que le bar peut préparer sans entraîner de perte d'argent pour la matinée. [2]

Références :

4. Aline Escobar., s.d. Cowboy. [image en ligne] Disponible à : <https://thenounproject.com/search/?q=cowboy&i=1080130>
 Disponible sous licence Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported (CC BY-SA 3.0)
<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/deed.fr> [Référence du 13 mai 2021]. Source adaptée.

Tous les autres textes, graphiques et illustrations : © Organisation du Baccalauréat International 2022